

## OS FRACTAIS: GEOMETRIA DE FORMAS IRREGULARES

VIEIRA, Wilton Martins<sup>1</sup>; SANTOS, Bruna Fernandes<sup>2</sup>; BORGES, Thalís Rodrigues<sup>3</sup>;  
LOVATO, Agda Teixeira<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano – Campus Urutaí-GO;  
[wiltonvieriamatins1@hotmail.com](mailto:wiltonvieriamatins1@hotmail.com); <sup>2</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano-  
Campus Urutaí –GO; [brunaacust@hotmail.com](mailto:brunaacust@hotmail.com); <sup>3</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia  
Goiano-Campus Urutaí-GO;

### 1. Introdução

Durante muitos anos a geometria, plana e espacial, descrevia o mundo em que vivemos, porém logo perceberam que nem todos os entes presentes em nosso cotidiano essa geometria contemplava, como exemplo as árvores, as montanhas cujas formas são irregulares e não se enquadra no modelo euclidiano. Diante deste impasse o estudo dos fractais, que visa estudar os objetos irregulares, que se observados em partes, não deixam de ser iguais ao todo, sendo suas características e propriedades mantidas ao longo da construção do fractal. Segundo Moreira:

Os fractais são conjuntos cuja forma é extremamente irregular ou fragmentada e que têm essencialmente a mesma estrutura em todas as escalas. A origem do termo *fractal*, nomeado por Mandelbrot, está no radical *fractus*, proveniente do verbo latin *frangere*, que quer dizer quebrar, produzir pedaços irregulares; vem da mesma raiz a palavra fragmentar, em português. (MOREIRA, apud GOI; DAHLKE, 2014, p. 04)

Trata-se, portanto, de uma geometria que descreve o mundo em que vivemos, embora, devida sua estrutura refinada, torna-se uma geometria complicada e de difícil ensino/aprendizagem. É, portanto, necessário criar estratégias de ensino que facilitem o entendimento dos fractais em sala de aula.

Este relato de experiência é de uma oficina realizada na Semana da Matemática, que tem por objetivo revisar os conteúdos de geometria.

### 2. Metodologia

Este relato parte de uma revisão bibliográfica em Moreira (2002); Barbosa (2003) entre outros sobre os fractais, prioritariamente ressaltamos a história dos fractais e sua importância enquanto geometria.

Buscamos interpretar os fenômenos até as suas atribuições para isto foi realizado o minicurso “Os Fractais” desenvolvido junto ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Goiano - Campus Urutaí, entre os dias 9, 10 e 11 de maio de 2017 no Colégio Estadual Maria Benedita Velozo no município de Orizona – GO dentro da Semana da Matemática. O evento foi proposto pela escola MABEVE sob a coordenação de dois professores regentes de matemática desta instituição, e com participação dos acadêmicos do curso de licenciatura em matemática do Instituto Federal Goiano - campus Urutaí.

### **3. Desenvolvimento e resultados**

Prioritariamente ressaltamos a história dos fractais e da sua importância no seu meio educacional, neste âmbito de trabalho distribuimos os materiais necessários para a realização da oficina, e importante ressaltar que descrevemos o passo a passo com os alunos sobre a construção dos fractais.

Utilizando a Geometria Fractal os alunos podem aprender conteúdos como: contagem, perímetros, áreas, volumes, relações entre figuras geométricas, estudo entre relações de grandezas, exponenciais, logaritmos, seqüências, figuras tridimensionais, funções, limites, podem analisar algoritmos e progressão aritmética e geométrica, entre outros.

Neste contexto utilizamos um segmento de reta, um quadrado e um cubo, que possuem respectivamente dimensões um, dois e três, podem ser repartidos em objetos autos similares, ou seja, possuem a propriedade de autos similaridade: um segmento de reta, podemos dividir em duas partes iguais; um quadrado, podemos dividir cada lado em duas partes, obtendo assim quatro novos quadrados congruentes; um cubo, podemos dividir cada lado em duas partes iguais, formando assim, oito novos cubos.

A Semana da Matemática foi um trabalho dividido em três etapas, onde cada uma destas etapas era um dia letivo, dentre cada um desses dias foi realizado uma proposta diferente dentro do minicurso. Propomos então o minicurso “Os Fractais”, detalhado a

seguir:

## PRIMEIRO DIA

Nesse dia, início da semana da matemática, contamos com a presença 77 alunos em nosso minicurso e explicamos como seria desenvolvido esta proposta. Nesse contato inicial apresentamos os “Fractais” exemplificando sua geometria existente. A Geometria Fractal é o estudo das propriedades e comportamentos dos fractais.

A palavra Fractal, foi denominado pelo matemático francês Benoit Mandelbrot (1896), um dos primeiros a estudar esses objetos, pois depois de muitos estudos observou que muitos fenômenos e formas da natureza não poderiam ser explicados nos moldes da Geometria Euclidiana. Inicialmente, Mandelbrot definiu fractal utilizando conceitos de dimensão. Dizia que: "um fractal, é por definição, um conjunto para o qual a dimensão excede estritamente a dimensão topológica." (BARBOSA, 2002, p. 18), mas o próprio Mandelbrot ficou descontente com esta definição, além de ter recebido muitas críticas a respeito da mesma. Para Barbosa (2002, p. 18): "um fractal é uma forma cujas partes se assemelham ao seu todo sob alguns aspectos". Proposta de definição que contemplava alguns objetos para um conjunto  $P$  é fractal se:

- P possui alguma forma de “auto similaridade” ainda que aproximada;
- A dimensão fractal, definida de alguma forma, é maior que a sua dimensão topológica;
- O conjunto  $P$  pode ser expresso através de um procedimento recursivo ou iterativo. fractais se caracterizam:
- Autos similaridade: Quer dizer que qualquer que seja o pedaço do fractal, a menor forma representa a parte maior.
- Formas geométrica complexas e irregulares:
- Dimensão não inteira;
- Brilhante forma artística. (BARBOSA, 2002, p. 18)

Um fractal é um padrão geométrico em que cada pequena parte da estrutura se assemelha com o todo. Não podemos ver um fractal porque é uma figura limite, mas as etapas de sua construção podem dar uma ideia da figura toda.

A introdução de fractais no Ensino Médio, além de satisfazer a curiosidade de quantos já ouviram falar neles, propicia a oportunidade de trabalhar com processos iterativos, escrever fórmulas gerais, criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, introduzir uma ideia intuitiva do conceito de limite e é um excelente tópico para aplicação

de progressões geométricas e estímulo ao uso de tabelas. (SALLUM, 2005, p. 1)

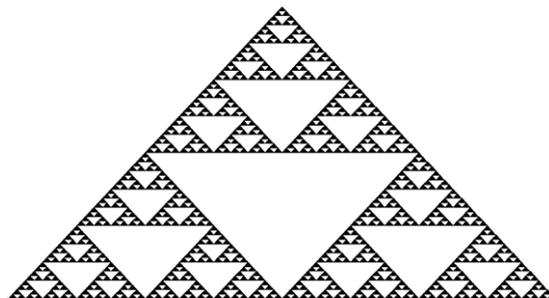
E segundo Barbosa, o uso da Geometria Fractal na sala de aula traz:

Conexões com várias ciências; deficiências da Geometria Euclidiana para o estudo de formas da natureza, desde que é, em geral apenas apropriada para formas do mundo oriundas do humano, como construções de casas, prédios, pontes, estradas, máquinas etc.; os objetos naturais são com frequência mais complicados e exigem uma geometria mais rica, que os modela com fractais, possibilitando desenvolver projetos educacionais sobre temas transversais voltados para a compreensão de fenômenos que ocorram nos diversos ambientes; difusão e acesso aos computadores e a tecnologia da informática nos vários níveis de escolarização; existência do belo nos fractais e possibilidade do despertar e desenvolver o senso estético com o estudo e arte aplicada à construção de fractais, entendendo-se arte como toda ação que envolve simultaneamente emoção, habilidade e criatividade; sensação de surpresa diante da ordem na desordem. (BARBOSA, 2002, p. 19).

Neste âmbito retomamos a explicar para os alunos que os fractais estava relacionado a uma geometria diferenciada, pois desde os primórdios a geometria plana e espacial dominam o espaço matemático da figuras e formas, contudo existem algumas figuras e formas que nem mesmo a geometria plana e espacial conseguem definir e explicar com total precisão, e é neste contexto que entra a geometria dos fractais, pois dentre todas as geometrias ela consegue retratar as figuras que não são comuns para o mundo das geometrias.

Alguns exemplos de Fractais;

Exemplo 1: Triângulo iterado.

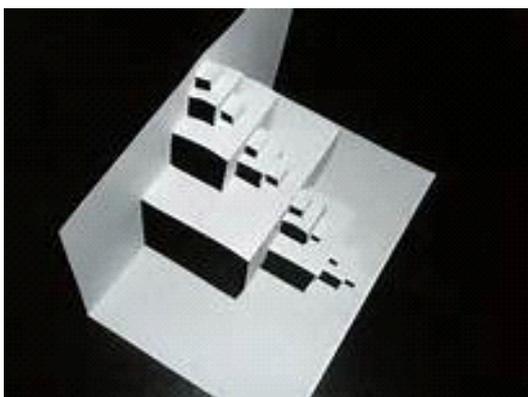


Triângulo de Sierpinski – Primeiras iterações

Fonte: GOOGLE imagens

Exemplo 2:

Demonstração dos fractais usando uma folha A4.



Exemplo 3:  
Fractais na natureza.



Retratamos então para os alunos que neste minicurso confeccionaríamos alguns fractais, utilizando o exemplo de um fractal de papel visto no exemplo 2. Assim os alunos foram divididos em grupos para que cada grupo pudesse no segundo dia confeccionar seus fractais e se prepararem com o intuito de no terceiro dia concluir com suas apresentações.

## SEGUNDO DIA

No segundo dia, os alunos levaram o tema “Os Fractais”, mais a sério e afundo, pois, buscaram criativas formas de apresentar o trabalho com o intuito de não deixar dúvidas para

o público ouvinte, do que se tratava um fractal. Uma destas formas encontrada foi apresentar “Os Fractais” usando a dinâmica de construção com o público, pois assim as pessoas que estivessem visitando a apresentação poderiam interagir criando o seu próprio fractal, assim a apresentação seria também uma oficina estendida.

Com os recursos de papel A4, tesoura e cola os alunos construíram alguns fractais e a partir daí eles explicavam o projeto e instigava o público a descobrir o que seria um fractal, assim eles partiram para o lado prático e envolvente deixando a oficina dinâmica e atrativa. Para uma visualização de impacto do trabalho os alunos criaram cartazes com fractais gigantes para mostrar o fractal deixando assim o trabalho rico em criatividade e elegância.

### TERCEIRO DIA

Após dois dias de conversas, debates, explicações e definições; chegara o terceiro e último dia da semana da matemática onde ocorreriam as apresentações. Neste dia, a escola recebeu algumas visitas de escolas da região, para prestigiar as apresentações dos alunos e também de alguns professores da subsecretaria, foi um dia festivo na escola, pois toda a escola estava tendo apresentações de oficinas. Os alunos se empenharam em deixar tudo organizado, arrumaram mesas em partes diversas da escola para que a distribuição das apresentações ficasse uniforme. As apresentações foram ocorrendo à medida que iam sendo visitados os estandes, cada apresentação era uma surpresa diferente pois os alunos utilizaram todos os recursos disponíveis durante as 3h de apresentações e visitas.

De acordo com Sallum(2015) s Fractais é um conteúdo incomum para os alunos de Ensino Médio, neste caso salientamos superficialmente o conceito e explicamos para os alunos sobre os fractais e que necessitaríamos da visão espacial deles para se trabalhar a oficina pois os fractais é um tipo de geometria que necessita da visão e da imaginação do aluno, e que além disso trabalharíamos com a desenvoltura dos alunos em trabalhos orais. Os alunos de imediato ficaram surpresos pois não tinham conhecimento dos fractais e não sabiam se portar diante de um público, temiam também que seria uma tarefa bastante complicada, de fato não é complicado para alunos de Ensino Médio pois eles têm uma criatividade avançada e um senso perceptivo enorme, contudo o receio foi passando e com isso os alunos foram ficando totalmente dispostos com a oficina pois já estavam vendo que se tratava de algo inovador para eles.

Após esse primeiro contato com os alunos, começamos mostrando os fractais simples

existentes e que ela se encontra presente em várias disciplinas escolares não só na matemática, um exemplo mostrado foi de uma imagem de uma folha de samambaia, visando assim mostrar para os alunos a interdisciplinaridade existente e que em todos os lugares, principalmente na biologia onde se tem um estudo e uma representação detalhada de algumas plantas, existe os fractais.

Em todo esse processo de ensino e aprendizagem percebemos que as dificuldades dos alunos eram em imaginar um fractal feito de papel, assim nós monitores da oficina construímos um fractal com cada aluno da sala, como uma forma de auxiliar eles na produção dos futuros fractais. Com o auxílio da criatividade, alguns alunos construíram suas apresentações, ouve bastante dinâmica por parte dos alunos assim surgiram vários trabalhos diferentes, explicações matemáticas e sucessivamente.

Neste caso então as dificuldades foram sendo sanadas e perguntas então foram sendo desfeitas pelos alunos, assim os debates iam surgindo fazendo com que a inibição dos alunos e todo o medo existente em perguntar fosse deixado para trás, deixando a oficina cada vez mais dinâmica. Como já havíamos esperado os alunos tinham dificuldades também nas apresentações orais mais essa dificuldade era apenas em usar termos mais formais, pois os alunos possuíam uma boa desenvoltura.



**Foto 1:** Alunos com a oficina realizada



**Foto 2:** Exposição dos Fractais

Todos os alunos participaram vigorosamente, demonstrando total interesse sobre o tema, pois ali os alunos puderam explorar sua imaginação e se depararam com algo diferente da realidade em que estão acostumados. Cada uma das apresentações surpreendeu a todos, os alunos se dedicaram e se esforçaram bastante e os resultados não poderiam ser diferentes um total sucesso. Com isso percebemos que as escolas devem possuir formas de inovar de trazer conteúdos dinâmicos, pois os alunos são verdadeiros empreendedores e as escolas necessitam cada vez mais desses alunos.

#### **4. Considerações Finais**

Quando se trata de uma educação pública nem todas as escolas estão dispostas a ajudar no desenvolvimento do aluno de modo dinâmico, e o Colégio MABEVE, tem os alunos como verdadeiros visionários e empreendedores e está sempre disposta a inovar. Contudo a proposta, foi um sucesso com o total apoio da escola e com o total comprometimento dos alunos, entretanto o nosso trabalho sobre fractais foi uma experiência incrível e muito produtiva pois os alunos puderam buscar formas diferentes de inovar em sua forma de ensinar e também de aprender, expuseram sua criatividade e deram o seu melhor para que o trabalho e rendimento fossem de total sucesso.

A atividade possibilitou a todos uma relação de ensino aprendizagem tanto da parte dos alunos quanto da parte dos monitores, houve uma troca de experiência totalmente satisfatória onde podíamos ver em cada apresentação dos alunos a desenvoltura adquirida ao

longo dos dias.

Realizar atividades que chamem a atenção dos alunos devem fazer parte de nossos planos de aula sempre, mas realizar essas atividades necessitam de uma preparação bastante vigorosa pois atividades lúdicas são atividades de introdução a conteúdos e não somente uma forma de deixar a aula mais descontraída.

Percebemos então que o uso dos Fractais relacionam muitos conteúdos voltados à matemática. A mesma oferece uma forma descontraída de trabalhar com os alunos por meio de construções, visando melhor o desenvolvimento na aprendizagem. Trabalhos usando recursos lúdicos diferenciados mostram que a matemática junto com todas as áreas de conhecimento, podem transformar a rotina metodológica do professor em um ofício de grande valia, transformando assim as aulas dos professores mais atrativas e dinâmicas saindo assim da rotina quadro e giz.

## **5. Referências**

BARBOSA, R. M. **Descobrimo a geometria fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

MOREIRA, I. de C. **Fractais: complexidade e caos**. Rio de Janeiro: UFRJ/ COPEA, 2003.

SALLUM, E. M. **Fractais no ensino médio**. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, n. 57, p. 1-8, 2005.